



## INVESTICINIO PORTFELIO FORMAVIMAS GLOBALIOJE AKCIJŲ RINKOJE REMIANTIS BLACK – LITTERMAN METODU

Laurynas MIKULIS\*, Renaldas VILKANCAS

*Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Verslo vadybos fakultetas,  
Finansų inžinerijos katedra, Saulėtekio al. 11, LT-10223, Vilnius, Lietuva*

*\*El. paštas laurynas.mikulis@stud.vgtu.lt*

**Santrauka.** Straipsnyje yra analizuojama Black – Litterman optimalaus portfelio teorija ir jos praktinio pritaikymo galimybės. Remiantis atlikta mokslinės literatūros analize, apibrėžiamas Black – Litterman modelis, palyginamas su H. Markowitz teorija, išskiriami pagrindiniai BL teorijos pranašumai ir trūkumai. Pasitelkiant analitinį hierarchinį procesą (AHP) nustatomi pasirinktų santykinų finansinių rodiklių svoriai. Atliekant daugiakriterinį vertinimą TOPSIS metodu, iš dešimties didžiausių pagal apyvartą įmonių „OMX Nordic 40“ indekse: „Volvo“, „Assa“, „Sandvik“, „Neste“, „Investor“, „SEB“, „Atlas“, „Novo Nordisk“, „Vestas wind systems“ ir „Nordea“, išrenkamos penkios perspektyviausios įmonių akcijos į kurias bus investuojama. Remiantis gautais rezultatais, suformuojamas optimalus investicinis portfelis pagal Black – Litterman ir H. Markowitz modelius, įvertinami sudarytų portfelių rezultatai ir jie palyginami tarpusavyje.

**Reikšminiai žodžiai:** portfelio optimizavimas, Black – Litterman, investuotojo požiūris, „OMX Nordic 40“, TOPSIS, AHP, H. Markowitz.

### Įvadas

Remiantis Lietuvos statistikos departamento duomenimis, per dešimties metų laikotarpį nuo 2008 iki 2018 metų, vidutinės mėnesinės disponuojamos pajamos, tenkančios vienam namų ūkio nariui padidėjo apytiksliai 1,76 kartus. Didėjant laisvoms lėšoms, gyventojams atsiranda poreikis ieškoti būdų, kaip šias lėšas „įdarbinti“, siekiant dar didesnės naudos. Vienas populiariausių būdų yra investavimas. Investuotojo tikslas gauti maksimalią grąžą, esant minimaliam rizikos lygiui. Šiam tikslui pasiekti dažniausiai sudaromas vertybinių popierių portfelį. Sudarant vertybinių popierių portfelį yra stengiamasi pasirinkti tarpusavyje derančius aktyvus, taip siekiant padidinti grąžą arba sumažinti riziką. Vertybinius popierius galima rinktis iš daugybės skirtingų variantų, esančių skirtingose finansų rinkose visame pasaulyje. Globalizacijos veiksnių paveiktos rinkos, tampa labiau integruotos, lengviau prieinamos ir operatyvios, todėl investavimo procesas tampa paprastesnis ir efektyvesnis. Tačiau atsirandant naujoms galimybėms, didėja investavimo rizikos.

Finansų rinkose yra begalė greitai kintančios informacijos, kurią sunku sekti ir prognozuoti, todėl sprendimams priimti yra naudojami įvairūs vertybinių popierių analizės metodai. Tačiau vien vertybinių popierių analizės neužtenka, todėl siekiant sumažinti riziką ar padidinti laukiamą grąžą sudaromas investicinis portfelis. Remiantis įvairiomis analizėmis ir teorijomis yra derinami vertybiniai popieriai, siekiant sukurti optimalų portfelį, kuris atitiktų kiekvieno investuotojo asmeninius lūkesčius. Tačiau tiek vertybinių popierių analizės metodikos, tiek portfelio optimizavimo teorijos turi tam tikrų ribotumą, todėl investuotojams kyla poreikis ieškoti naujų, efektyvesnių ir mažiau mokslinėje literatūroje nagrinėtų metodikų, kuriomis remiantis būtų galima sudaryta efektyvesnį investicinį portfelį.

*Mokslinio tyrimo objektas* – Black – Litterman investicinio portfelio teorija. Ši teorija pasirinkta todėl, nes ji yra mažai tyrinėta mokslinėje literatūroje.

*Tyrimo tikslas* – Remiantis turimais rezultatais, suformuoti optimalų investicinį portfelį Black – Litterman metodu, palyginti sudarytą portfelį su H. Markowitz portfeliumi. Tikslui pasiekti iškelti *uždaviniai*:

- Apibrėžti Black – Litterman investicinio portfelio teorijos privalumus ir trūkumus;
- Naudojant analitinį hierarchinį procesą, nustatyti santykinų finansinių rodiklių svorius;
- Atlikti daugiakriterinį įmonių akcijų vertinimą TOPSIS metodu;
- Remiantis Black – Litterman teorija sudaryti optimalų investicinį portfelį;
- Remiantis H. Markowitz teorija sudaryti optimalų investicinį portfelį;
- Palyginti sudarytus portfelius tarpusavyje.

*Tyrimo metodika:* užsienio ir lietuvių autorių mokslinės literatūros apžvalga ir analizė, daugiakriterinis vertinimas, analitinis hierarchinis procesas (AHP), Black – Litterman teorija.

## 1. Black – Litterman optimalaus portfelio teorija

Investuotojai siekdami sudaryti sėkmingą investicinį portfelį, pirmiausia turi apsisibrėžti kokius investicinius instrumentus ir kokiomis dalimis juos reikėtų sukomponuoti, kad portfelio grąža būtų maksimali, o rizika minimali. Šį klausimą investuotojai pradėjo spręsti dar 1950 metais, tuomet buvo pradėta ieškoti idealiausio varianto tarp grąžos maksimizavimo ir rizikos minimizavimo (Li et al., 2019). Vienos pirmųjų – moderniosios investicinio portfelio teorijos pradininku tapo Harry Markowitz, kuris XX a. pradžioje, apibrėžė optimalaus portfelio, diversifikacijos sąvokas, pradėjo sieti riziką su grąža ir į portfelį pradėjo žiūrėti, kaip į vientisą vertybinių popierių darinį (Zakarkaitė ir Filipavičius, 2017). Šios teorijos pagrindu buvo sukurta ne viena nauja teorija, kurios tikslas – šalinti moderniojo investicinio portfelio ribotumus. Viena iš tokių teorijų tapo investicinio banko „Goldman Sachs“ analitikų: Fisher Black ir Robert Litterman, 1991 metais sukurta Black – Litterman portfelio optimizavimo teorija (Jurkonytė ir Paužolis, 2015).

Black – Litterman teorija, tai H. Markowitz optimalaus portfelio teorija paremtas, sudėtingas matematinis, statistinis modelis, sujungiantis vertybinių popierių kainų istorinius duomenis su investuotojo individualiu požiūriu (A. Palczewski ir J. Palczewski, 2019). Black – Litterman teorija buvo sukurta siekiant patobulinti H. Markowitz (Huang ir Yang, 2020). Markowitz modelis kritikuojamas dėl pakankamai nestabilių portfelio svorių, kuriuos laikui bėgant reikia perskaičiuoti, dažni portfelio perskaičiavimai ir pakeitimai generuoja papildomus kaštus (Trichilli et al., 2020). Taip pat, H. Markowitz optimalaus portfelio teorija dažnai kritikuojama dėl to, jog investicinis portfelis formuojamas remiantis bendromis investuotojų elgsenos prielaidomis ir praeities duomenimis, kurie gali netiksliai atspindėti būsimą tendenciją (Pang ir Karan, 2018). Didžiausias teorijas trūkumas yra, tas jog modelis yra labia jautrus grąžų pokyčiams, kurios gali iškreipti įmonių akcijų sudėtį, sudarytame investiciniame portfelyje (Silva et al., 2017). F. Black ir R. Litterman į savo sukurta portfelio optimizavimo teoriją įtraukė individualią investuotojo nuomonę, kuri padeda patikimiau įvertinti į portfelį įtraukiamus investicinius instrumentus (Gharakhani ir Sadjadi, 2013). BL modelyje atsiranda naujas pelningumo matas – laukiamas, perteklinis pelningumas, kuris yra siejamas su investuotojo lūkesčiais, o tuo tarpu, modernioje portfelio teorijoje naudojamas minimalus investuotojui priimtinas pelningumas, kuris gaunamas įvertinimus finansinius tikslus (Jurkonytė ir Paužolis, 2015). BL modelyje atsiranda naujas rizikos matas – investuotojo polinkis į riziką, kuris padeda įvertinti investuotojo pasiryžimą rizikuoti (Huang ir Yang, 2020). Formuojant portfelį pagal Markowitz teoriją, pasitelkiami istoriniai vertybinių popierių kainų pokyčiai, o tuo tarpu, taikant BL modelį apjungiami istoriniai duomenys su subjektyviu investuotojo požiūriu, kuris padeda įvertinti vertybinius popierius neatsižvelgiant tik į jų istorius duomenis, todėl tiksliau galima nuspėti būsimas kitimo tendencijas (Cayirli, 2019). Black – Litterman optimalaus portfelio teorija paremta šiomis pagrindinėmis prielaidomis (Idzorek, 2007):

- Rinkos ir investuotojų požiūris į finansinių instrumentų grąžą yra normaliai pasiskirstęs;
- Rinkoje rizika nerizikingų investicinių priemonių;
- Investicinių instrumentų kiekis yra fiksuotas;
- Investuotojai elgiasi racionaliai, siekdami maksimizuoti gaunamą naudą;
- Investuotojai yra vengiantys rizikos, todėl stengiasi minimizuoti riziką ir maksimizuoti grąžą;
- Investuotojų portfelis yra įvertintas pagal pavyzdinį portfelį;
- Investuotojai gali vertinti tik tuos vertybinius popierius, apie kuriuos turi nuomonę;
- Investuotojai negali būti visiškai tikri apie savo nuomonę;
- Investuotojai gali nustatyti savo pasitikėjimo lygį.

Black – Litterman teorija, taip pat, vadovaujasi prielaida, jog efektyvios rinkos hipotezė, kuri teigia, jog visa žinoma informacija atsispindi vertybinių popierių kainose yra neteisinga. Remiantis šia prielaida tikima, kad ne visos vertybinių popierių kainos yra teisingos, todėl investuotojai pasitelkę savo nuomonę gali atrasti pervertintus arba per mažai įvertintus vertybinius popierius, kuriuos gali įtraukti į investicinį portfelį (Norell ir Dove, 2016).

BL modelis išsiskiria iš kitų portfelio optimizavimo teorijų dviem pagrindiniais aspektais (Vilkancas, 2017):

- Laukiamas pelningumas nustatomas naudojant kapitalo įkainojimo modelį (CAPM);
- Modelis pateikia naują metodiką, kuria remiantis galima įvertinti investuotojo požiūrį ir jį susieti su pradine investuotojo turima informacija.

Nors Black – Litterman investicinio portfelio optimizavimo teorija yra žingsnis į priekį, tačiau nepaisant naujo, universalesnio požiūrio, kuris leidžia investuotojai į modelį įtraukti ir savo nuomonę apie investicinį instrumentą, šis modelis taip pat turi trūkumų ir atsiradusių naujų problemų. Viena iš jų yra ta, jog modelis naudoja keletą matų:  $\tau$  ir  $\delta$ , kuriuos yra sunku įvertinti (Vilkancas, 2017). Pagal F. Black ir T. Litterman  $\tau$  reikšmė turėtų būti artima nuliui, tačiau pagal kitų mokslininkų nuomonę šio mato reikšmė turėtų būti artima vienetui. Parametras  $\delta$  gali būti vertinamas kaip perteklinė rinkos grąža arba kaip dispersija ar rizikos vengimo konstanta (Vilkancas, 2017). Pagrindinis šio modelio trūkumas yra tas, jog jis vadovaujasi prielaidą, kad grąža yra normaliai pasiskirsčiusi, nors paprastai rinkos sąlygomis, to nėra (Polovenko, 2017).

## 2. Daugiakriterinis įmonių akcijų vertinimas

Tyrimo metu yra atrenkamos perspektyviausios įmonių akcijos investiciniam portfeliui formuoti. Atrankai pasirinktos dešimt pagal kapitalizaciją didžiausių įmonių akcijų iš „OMX Nordic 40“ indekso: „Volvo“, „Assa“, „Sandvik“, „Neste“, „Investor“, „SEB“, „Atlas“, „Novo Nordisk“, „Vestas wind systems“ ir „Nordea“. Pasirinktos įmonių akcijos buvo vertinamos pagal pasirinktus santykinus finansinius rodiklius: akcijos kainos ir pelno, tenkančio akcijai, santykį (P/E), nuosavo kapitalo grąžą (ROE), Pajamų augimą (5 metų laikotarpiu), skolinto ir nuosavo kapitalo santykį ir dividendinį pajamingumą (Brazauskas, 2014). Tyrimui atlikti naudojami paskutiniai 2018 metais paskelbti įmonių finansiniai rodikliai. Atrankai atlikti pasirinktas daugiakriterinis vertinimas TOPSIS metodu, finansinių rodiklių reikšmingumui įvertinti pasirinktas analitinis hierarchinis (AHP) metodas. TOPSIS metodas pasirinktas dėl paprasto naudojimo ir funkcionalumo vertinant skirtingais matais išreikštus kriterijus. AHP metodas pasirinktas dėl efektyvios kriterijų palyginimo metodikos.

Pirmiausia siekiant atlikti daugiakriterinį vertinimą būtina nustatyti pasirinktų rodiklių reikšmingumą, tam bus naudojamas AHP metodas. Šis sprendimų priėmimų metodas dažniausiai naudojamas: vertinimo kriterijų hierarchijos sudarymui, santykinų svorių priskyrimui kriterijams, alternatyvų palyginimui ir reitingui sudaryti (Kolios et al., 2016). Atliekant santykinų svorių nustatymą, pirmiausia, pasirinkti ekspertai užpildo porinio palyginimo anketą, remdamiesi T. L. Saaty įverčių vertinimo sistema (Wang et al., 2019). Gauti rezultatai susistemunami ir normalizuojami, siekiant suvienodinti kriterijų reikšmes.

$$X_{ij} = \frac{c_{ij}}{\sum_{i,j=1}^n c_{ij}}, \quad (1)$$

čia:  $X_{ij}$  – normalizuota reikšmė;  $c_{ij}$  – kriterijaus reikšmė.

Nustačius kriterijų reikšmingumą porinio palyginimo metodu, būtina apskaičiuoti suderinamumo lygį (CR), kadangi gali atsirasti ekspertų nuomonių nesuderinamumo problema. Jeigu gautas rezultatas yra iki 10 proc., ekspertų nuomonės yra suderintos, jeigu CR yra didesnis už 10 proc. ekspertų nuomonės yra nesuderinamos (Rajak ir Shaw, 2019). Norint apskaičiuoti CR, pirmiausia reikia rasti patikimumo indeksą (CI), norint jį apskaičiuoti reikia rasti lambda reikšmę. Lambda reikšmę apskaičiuojame pagal formulę (Rajak ir Shaw, 2019):

$$\lambda = \frac{Cv_{ij}}{W_{ij}}, \quad (2)$$

čia:  $\lambda$  – lambda reikšmė;  $Cv_{ij}$  – normalizuota matrica su svoriais;  $W_{ij}$  – reikšmių svoriai.

Normalizuotą matricą su svoriais apskaičiuojame pagal formulę (Khan et al., 2019):

$$Cv_{ij} = \begin{bmatrix} C_{11} & \dots & C_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & \dots & C_{nm} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} W_{11} \\ \vdots \\ W_{1n} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

čia:  $Cv_{ij}$  – normalizuota matrica su svoriais;  $C_{nm}$  – normalizuotos matricos reikšmė;  $W_{1n}$  – kriterijų svoris.

Turint Lambda reikšmes ir kriterijų kieki, galima apskaičiuoti suderinamumo indeksą (CI) (Mannan ir Haleem, 2017).

$$CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}, \quad (4)$$

čia:  $CI$  – suderinamumo indeksas;  $\lambda_{max}$  – vidutinė lambda reikšmė;  $n$  – kriterijų skaičius.

Paskutinį suderinamumo lygio formulės nežinomąjį – atsitiktinį suderinamumo indeksą (RI), surandame pagal T. L. Saaty sudarytą indeksų reikšmių lentelę, jį pasirenkame atsižvelgiant į kriterijų kieki (Rajak ir Shaw, 2019) (žr. 1 lentelę).

1 lentelė. Atsitiktinis suderinamumo indekso (RI) reikšmės (sudaryta autoriaus, Rajak ir Shaw, 2019)

N	1	2	3	4	5	6
IR	0	0	0,58	0,9	1,12	1,24

Apskaičiavę visus nežinomuosius, galime rasti suderinamumo lygį (CR) (Solangi et al., 2019).

$$CR = \frac{CI}{RI}, \quad (5)$$

čia:  $CR$  – suderinamumo lygis;  $CI$  – suderinamumo indeksas;  $RI$  – atsitiktinis suderinamumo indeksas.

Atlikus kriterijų santykinų svorių nustatymą analitiniu hierarchiniu procesu (AHP), gaunam reikšmes, kurios bus naudojamos daugiakriteriniame vertinime TOPSIS metodu (žr. 2 lentelę).

2 lentelė. Kriterijų svoriai (sudaryta autoriaus)

Kriterijus	Svoris
Akcijos kainos ir pelno, tenkančio akcijai, santykis (P/E)	0,495
Nuosavo kapitalo grąža (ROE)	0,168
Pajamų augimas (5m)	0,245
Skolinto ir nuosavo kapitalo santykis	0,060
Dividendinis pajamingumas	0,033

Apskaičiavus CR, gauname, jog jo reikšmė yra lygi 0,091 arba 9,06 proc., todėl galima daryti prielaidą, jog ekspertų, kurie dalyvavo pildant porinio palyginimo anketą nuomonės yra suderintos, todėl gautus santykinų finansinių rodiklių svorius galime naudoti TOPSIS metode.

Atlikus pasirinktų kriterijų reikšmingumo vertinimą ir patikrinus ekspertų nuomonių suderinamumą, atliekamas daugiakriterinis vertinimas TOPSIS metodu, kurio pagrindinis tikslas rasti alternatyvą, kuri yra arčiausiai „idealaus geriausio“ varianto (Dash et al., 2019). Perspektyviausių įmonių akcijos bus atrenkamos iš dešimties didžiausių pagal kapitalizaciją įmonių iš „OMX Nordic 40“ indekso. Įmonės bus vertinamos atsižvelgiant į pasirinktus santykinus finansinius rodiklius.

Atliekant daugiakriterinį vertinimą TOPSIS metodu, pirmiausia apibrėžiami vertinimo rodikliai ir jų kriterijai. Pasirinkus rodiklius ir vertinimo kriterijus sudaroma sprendimo matrica (Dash et al., 2019). Kadangi rodiklių reikšmės išreikštos ne vienodais matais, reikia sudarytą sprendimų matricą normalizuoti. Šis žingsnis atliekamas naudojant formulę (Aires ir Ferreira, 2019):

$$r'_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m x_{ij}^2}}, \quad (6)$$

čia:  $r'_{ij}$  – normalizuota matrica;  $x_{ij}$  – rodiklių reikšmė.

Atlikus matricos normalizavimą, toliau nusprendžiama, kurie kriterijai maksimizuoja reikšmes, kurie minimizuoja. Kriterijai, kurių didžiausios reikšmės yra geriausios, pavyzdžiui, nuosavo kapitalo grąža, pajamų augimas, dividendinis pajamingumas yra maksimizuojantys. Kriterijai, kurių mažiausios reikšmės yra geriausios, pavyzdžiui, akcijos kainos ir pelno, tenkančio akcijai santykis, skolinto ir nuosavo kapitalo santykis yra minimizuojantys. Vienas iš svarbiausių etapų yra nustatyti kiekvieno kriterijaus reikšmingą. Tikslingiausia svorių nustatymui naudoti analitinį hierarchinį procesą (AHP).

Nustačius kiekvieno kriterijaus reikšmingumo lygį, apskaičiuojama svorių matrica, kuri gaunama sudauginus normalizuotą matricą su anksčiau nustatytais kriterijaus svoriais (Biswas et al., 2015):

$$v_{ij} = w_j r'_{ij}, \quad (7)$$

čia:  $v_{ij}$  – svertinė normalizuota matrica;  $w_j$  – kriterijaus svoris;  $r'_{ij}$  – normalizuota matrica.

Apskaičiavus svertinę normalizuota matricą, toliau nustatoma, kurie rodikliai yra maksimizuojantys, kurie minimizuojantys ir nustatomi „idealiai geriausiais“ ir „neigiamai idealus“ variantas. „Idealiai geriausiais“ nustatomas pagal formulę (Simanavičienė ir Cibulskaitė, 2015):

$$A^{+} = \left( (\max v_{ij} | j \in J), (\min v_{ij} | j \in J') \right)_{i=1, m} = \quad (8)$$

čia:  $A^{+}$  – „idealus geriausias“ variantas;  $\max v_{ij}$  – geriausia rodiklio reikšmė.

Analogiškai nustatomi „Neigiamai idealus“ variantas, pagal formulę (Chen, 2019):

$$A^{-} = \left( (\min v_{ij} | j \in J), (\max v_{ij} | j \in J') \right)_{i=1, m} = \quad (9)$$

čia:  $A^{-}$  – „neigiamai idealus“ variantas;  $\min v_{ij}$  – blogiausia rodiklio reikšmė.

Nustatę „idealius geriausius“ ir „neigiamai idealus“ variantus, toliau yra apskaičiuojamas atstumas iki lyginamojo „idealiai geriausio“,  $A^{+}$  varianto Euklido erdvėje (Palczewski ir Sałabun, 2019):

$$L_i^{+} = \sqrt{\sum_{j=1}^n}, \quad (10)$$

čia:  $L_i^+$  – atstumas iki „idealiai geriausio“ varianto;  $v_{ij}$  – svertinė normalizuota matrica;  $a_j^+$  – rodiklio „idealus geriausias“ variantas.

Panašiu principu toliau skaičiuojamas atstumas nuo „neigiamai idealaus“ varianto  $A^-$  (Palczewski ir Sałabun, 2019):

$$L_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n v_{ij}^2}, \quad (11)$$

čia:  $L_i^-$  – atstumas iki „neigiamai idealaus“ varianto;  $v_{ij}$  – svertinė normalizuota matrica;  $a_j^-$  – rodiklio „neigiamai idealus geriausias“ variantas.

Paskutiniame TOPSIS metodo etape, nustatomas kiekvieno varianto santykinis atstumas iki „idealaus geriausio“ varianto (Simanavičienė ir Cibulskaitė, 2015):

$$K_1 = \frac{L_i^-}{L_i^+ + L_i^-}, \quad (12)$$

čia:  $K_1$  – santykinis atstumas iki „idealaus geriausio“ varianto;  $L_i^-$  – atstumas iki „neigiamai idealaus“ varianto;  $L_i^+$  – atstumas iki „teigiamai idealaus“ varianto.

Atlikę skaičiavimus sudarome prioritetinę eilutę, pirma vieta atitenka įmonės akcijoms, kurios  $K_1$  reikšmė yra didžiausia, toliau eina, antras pasirinkimas, kurio  $K_1$  reikšmė yra antra geriausia ir taip toliau, kol sureitinguojami visi variantai. Gauti rezultatai ir įmonių reitingai pateikiami apačioje (žr. 3 lentelę):

3 lentelė. Daugiakriterinio vertinimo TOPSIS metodu rezultatai (sudaryta autoriaus)

Įmonės	$L^+$	$L^-$	$K_1$	Vieta
Vestas wind systems	0,193	0,035	0,115	0,001
Assa	0,207	0,028	0,125	0,002
Atlas	0,200	0,066	0,028	0,002
Investor	0,132	0,010	-0,104	0,001
Neste	0,181	0,035	-0,033	0,001
Sandvik	0,068	0,040	0,030	0,002
SEB	0,062	0,026	-0,020	0,052
Nordea	0,170	0,007	-0,021	0,028
Novo Nordisk	0,178	0,129	0,100	0,000
Volvo	0,073	0,041	0,080	0,004

Remiantis 3 lentelėje gautais TOPSIS vertinimo rezultatais, iš dešimties pasirinktų įmonių atrenkamos penkios, kurių  $K_1$  reikšmė yra didžiausia, daroma prielaida, jog šių įmonių akcijos yra perspektyviausios. Pasirinktos akcijos: „Volvo“, „Novo nordisk“, „Sandvik“, „Vestas wind system“ ir „Assa“, kuriomis bus formuojamas investicinis portfelis.

### 3. Optimalaus portfelio formavimas Black – Litterman metodu

Pirmoje tyrimo dalyje, įvertinus finansinių rodiklių reikšmingumą, atlikus daugiakriterinį vertinimą, atrinktos penkios įmonių akcijos: „Volvo“, „Novo nordisk“, „Sandvik“, „Vestas wind system“ ir „Assa“, kuriomis bus formuojamas optimalus investicinis portfelis, remiantis Black – Litterman modeliu. Formuojant portfelį BL metodu, surenkami duomenys apie atrinktų įmonių akcijų ir „OMX Nordic 40“ indekso grąžas 2015–2020 metų laikotarpiu, nerizikingai palūkanų normai apibrėžti pasirenkame Jungtinių Amerikos Valstijų dešimties metų obligacijos pelningumą. Ši obligacija buvo pasirinkta dėl pastovumo ir tvirtumo. Black – Litterman modelis apskaičiuojamas pagal formulę (Subekti et al., 2019):

$$E(R) = \left[ (\tau \Sigma)^{-1} + P \Omega^{-1} P \right]^{-1} \left[ (\tau \Sigma)^{-1} \Pi + P^T \Omega^{-1} Q \right], \quad (13)$$

čia:  $E(R)$  – naujas kombinuotas grąžos vektorius;  $\tau$  – konstanta;  $\Sigma$  – perteklinės grąžos kovariacijos matrica;  $\Pi$  – numanomos perteklinės grąžos vektorius;  $P$  – sąsajos matrica;  $\Omega$  – nuomonės patikimumo matrica;  $Q$  – grąžų prognozės matrica.

Remiantis pateikta BL metodika, pirmiausia randamas numanomos perteklinės grąžos vektorius (Bayram et al., 2018).

$$\Pi \delta \Sigma w_{mkt}, \quad (14)$$

čia:  $\Pi$  – numanomos perteklinės grąžos vektorius;  $\delta$  – rinkos rizikos vengimo koeficientas;  $w_{mkt}$  – rinkos kapitalizacijos svoris;  $\Sigma$  – perteklinės grąžos kovariacijos matrica.

Siekiant rasti numanomos perteklinės grąžos vektorių, reikia apskaičiuoti: rinkos rizikos vengimo koeficientą, perteklinės grąžos kovariaciją ir rinkos kapitalizacijos svorius. Rinkos rizikos vengimo koeficientas parodo, normą, kurią pasiekus investuotojas atsisako didesnės tikėtinos grąžos dėl mažesnio nuokrypio (Allaj, 2017).

$$\delta = \frac{E(r) - r_f}{\sigma^2}, \quad (15)$$

čia:  $\delta$  – rinkos rizikos vengimo koeficientas;  $E(r)$  – rinkos portfelio grąža;  $r_f$  – rinkos vertybinių popierių grąža;  $\sigma^2$  – rinkos portfelio dispersija.

Turint laukiamą perteklinę grąžą galima apskaičiuoti aktyvų kovariaciją, kuri parodo įmonių akcijų priklausomybę viena nuo kitos. Kovariacijai apskaičiuoti naudojamas „Excel“ programoje esantis „data analysis“ įrankis.

Toliau vertinamas individualus investuotojo požiūris į vertybinių popierių grąžas ir sudaroma požiūrių matrica (Bayram et al., 2018).

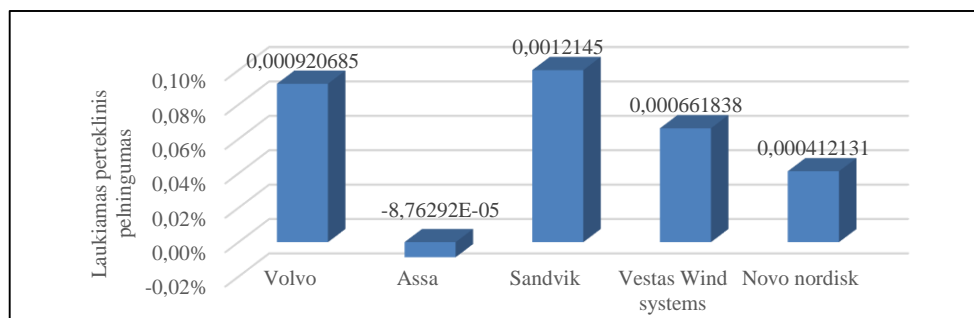
$$Q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_k \end{bmatrix}; P = \begin{bmatrix} p_{1,1} & \cdots & p_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{k,1} & \cdots & p_{k,n} \end{bmatrix}; \Omega = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & w_k \end{bmatrix}, \quad (16)$$

čia:  $Q$  – grąžų prognozės matrica;  $P$  – sąsajos matrica;  $\Omega$  – nuomonės patikimumo matrica.

Investuotojo individualaus požiūrio įtraukiamas formuojant portfelį yra išskirtinė BL modelio savybė, kuri padeda prognozuoti vertybinių popierių kainų pokyčius neatsižvelgiant tik į istorinius duomenis, kurie dažnai gali neparodyti tikrosios tendencijos. Atsižvelgiant į pranešimus spaudoje ir veiklos rezultatus prognozuojami akcijų kainų pokyčiai:

- Įmonės „Novo nordisk“ akcijos nukris 0,125 proc. lyginant su „Volvo“ įmonės akcijomis;
- Įmonės „Assa“ akcijos nukris 0,15 proc. lyginant su „Vestas win system“ įmonės akcijomis;
- Įmonės „Vestas wind system“ akcijos pakils 0,1 proc. lyginant su „Sandvik“ įmonės akcijomis.

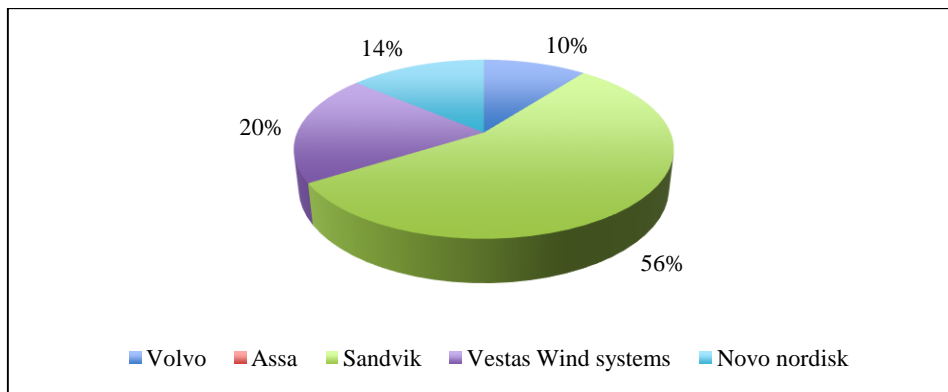
Apskaičiavus visus BL formulės nežinomuosius: perteklinės grąžos kovariacijos matricą, numanomos perteklinės grąžos vektorius, investuotojo požiūrio sąsajos matricą, nuomonės patikimumo matricą ir grąžų prognozės matricą, randamas naujas, kombinuotas grąžos vektorius ir įmonių akcijų laukiamas pelningumas įtraukus investuotojo požiūrį (žr. 1 paveikslą).



1 paveikslas. Laukiamos perteklinės įmonių akcijų grąžos (sudaryta autoriaus)

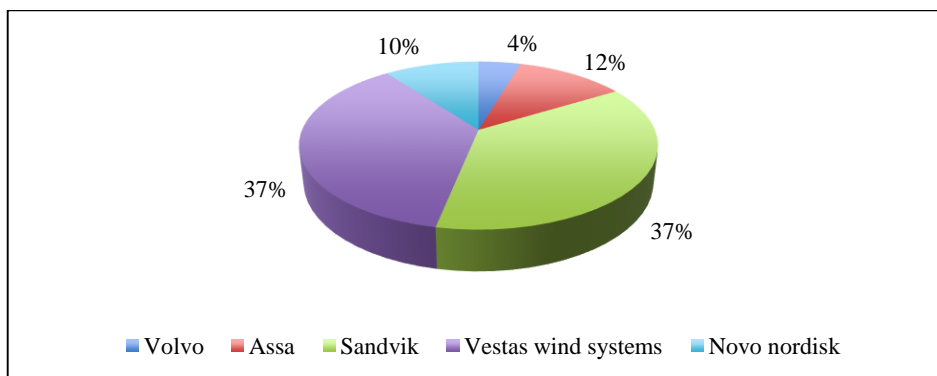
Remiantis 1 paveiksle gautais rezultatais, didžiausia perteklinė grąža numanoma įmonių: „Volvo“ (0,09 proc.) ir „Sandvik“ (0,12 proc.), mažiausia „Assa“ (–0,01 proc.) ir „Novo nordisk“ (0,04 proc.) akcijoms.

Remiantis gautais įmonių akcijų perteklinės grąžos, standartinio nuokrypio rezultatais, naudojant „Excel“ programos „Solver“ įrankį, suformuojamas optimalus investicinis portfelis (žr. 2 paveikslą).



2 paveikslas. Optimalus investicinis portfelis pagal Black – Litterman modelį (sudaryta autoriaus)

Iš 2 paveiksle pateiktų duomenų, matome, kad daugiau nei puse portfelio sudaro „Sandvik“ įmonės akcijos (55,65 proc.), mažiausią dalį sudaro „Volvo“ akcijos (10,48 proc.), į portfelį nepateko „Assa“ įmonės akcijos. Sudaryto optimalaus portfelio pelningumas siekia 0,096 proc., portfelio rizika siekia 0,015 proc. Palyginimui sudarytas investicinis portfelis remiantis Harry Markowitz optimalaus portfelio teorija (žr. 3 paveikslą).



3 paveikslas. Optimalus investicinis portfelis pagal H. Markowitz modelį (sudaryta autoriaus)

Didžiąją investicinio portfelio sudaryto pagal H. Markowitz modelį dalį sudaro „Vestas wind system“ (36,61 proc.) ir „Sandvik“ (36,9 proc.), mažiausią dalį sudaro „Volvo“ įmonės akcijos (4,53 proc.), sudaryto portfelio grąža siekia 0,083 proc., rizika 0,013 proc.

Lyginant sudarytus portfelius, galima pastebėti, jog jų sudėtis kardinaliai skiriasi: pagal BL sudarytame portfelyje didžiąją dalį akcijų sudaro „Sandvik“ įmonės akcijos, H Markowitz portfelyje didžiąją dalį sudaro „Vestas wind systems“ ir „Sandvik“ įmonių akcijos, mažiausią dalį abiejuose portfeliuose sudaro „Volvo“ įmonės akcijos, tačiau į BL portfelį nebuvo įtrauktos „Assa“ įmonės akcijos, kurios Markowitz portfelyje sudaro 11,75 proc. Lyginant laukiamus portfelijų rezultatus, didesnė grąža laukiama iš BL portfelio 0,96 proc., su sąlyginai nedidele 0,015 proc. rizika.

## Išvados

Siekiant patobulinti H. Markowitz optimalaus portfelio teoriją, buvo sukurta Black – Litterman teorija, kurios pagrindu ir išskirtinumu tampa akcijų kainų grąžų sujungimas su investuotojo subjektyviu požiūriu į vertybinius popierius. Ši teorijos naujovė gali padėti įvertinti vertybinių popierių pokyčius, nepriklausant vien tik nuo istorinių kainų pokyčių, kurie ne visada yra tikslūs, nes tikima, jog vertybinių popierių kainos rinkoje yra neteisingai nustatytos, todėl investuotojai pasitelkę savo nuomonę, gali atrasti per mažai įvertintus vertybinius popierius, kuriuos gali įtraukti į investicinį portfelį.

Black – Litterman modelyje taip pat pateikiamas naujas grąžos matas – laukiama perteklinė grąža, rizikai matuoti naudojamas polinkio į riziką parametras, kuris padeda įvertinti kaip investuotojai nusiteikę rizikuoti. Lyginant Black – Litterman ir H. Markowitz teorijas, galima išskirti du pagrindinius Black – Litterman teorijos privalumus: investuotojo individualaus požiūrio įtraukimą į modelį, ir tai, jog BL modelis yra ne toks jautrus duomenų pokyčiams, būtent dėl šių dviejų aspektų yra labiausiai kritikuojamas H. Markowitz modelis. Pagrindiniais Black – Litterman teorijos trūkumais tampa sudėtingi skaičiavimai, vertinimo parametru neapibrėžtumas, kuris išlieka pagrindiniu mokslininkų ginčų objektu ir teorijos parėmimas abejotinomis rinkos prielaidomis.

Tačiau, galima daryti prielaidą, jog Black – Litterman teorija yra tobulesnė H. Markowitz teorijos versija, kuri papildo pirmąją.

Investicinio portfelio formavimui pasirinktos įmonės iš „OMX Nordic 40“ indekso, kurios vertinamos pagal finansinius rodiklius. Remiantis AHP rezultatais, atliekamas daugiakriterinis vertinimas TOPSIS metodu, kurio metu pasirenkamos penkios perspektyviausios įmonės investavimui: Volvo“, „Assa“, „Sandvik“, „Novo nordisk“ ir „Vestas wind systems“, kuriomis bus formuojamas optimalus investicinis portfelis pagal Black – Litterman ir H. Markowitz teorijas.

Lyginant sudarytus optimalius investicinius portfelius, BL portfelis, kurį sudaro „Sandvik“ (55,64 proc.), „Vestas wind systems“ (20 proc.), „Novo nordisk“ (13,87 proc.) ir „Volvo“ (10,48 proc.) įmonių akcijos, portfelio laukiama grąža siekia 0,096 proc., rizika – 0,015 proc., pelningesnis ir sąlyginai mažiau rizikingas, nei H. Markowitz, kurio grąža siekia 0,083 proc., rizika – 0,013 proc. Darant prielaidą, kad investuotojo požiūris į įmonių akcijų kainų pokyčius yra teisingas, atsižvelgiant į teorinius modelių aspektus, galima daryti išvadą, jog Black- Litterman optimalaus investicinio portfelio teorija yra pranašesnė už H. Markowitz optimalaus investicinio portfelio teoriją.

## Literatūra

- Aires, R. F. de F., & Ferreira, L. (2019). A new approach to avoid rank reversal cases in the TOPSIS method. *Computers and Industrial Engineering*, 132, 84–97. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.04.023>
- Allaj, E. (2017). The Black-Litterman model and views from a reverse optimization procedure: an out-of-sample performance evaluation. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.2999335>
- Bayram, K., Abdullah, A., & Meera, A. K. (2018). Identifying the optimal level of gold as a reserve asset using Black-Litterman model. *International Journal of Islamic and Middle Eastern Finance and Management*, 11(3), 334–356. <https://doi.org/10.1108/IMEFM-06-2017-0142>
- Biswas, P., Pramanik, S., & Giri, C. (2015). TOPSIS method for multi-attribute group decision-making under single-valued neutrosophic environment. *Neural Computing and Applications*, 27(3), 11. <https://doi.org/10.1007/s00521-015-1891-2>
- Brazauskas, M. (2014). *Ekonomika ir vadyba: aktualijos ir perspektyvos*. Šiauliai. <https://etalpykla.lituanistikadb.lt/object/LT-LDB-0001:J.04~2014~1473065449733/J.04~2014~1473065449733.pdf>
- Cayirli, O. (2019). The Black-Litterman model: extensions and asset allocation. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3464770>
- Chen, P. (2019). Effects of normalization on the entropy-based TOPSIS method. *Expert Systems with Applications*, 136, 33–41. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2019.06.035>
- Dash, R., Samal, S., Dash, R., & Rautray, R. (2019). An integrated TOPSIS crow search based classifier ensemble: In application to stock index price movement prediction. *Applied Soft Computing Journal*, 85, 105784. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2019.105784>
- Gharakhani, M., & Sadjadi, S. J. (2013). A fuzzy compromise programming approach for the Black-Litterman portfolio selection model. *Decision Science Letters*, 2(1), 11–22. <https://doi.org/10.5267/j.dsl.2012.12.001>
- Huang, X., & Yang, T. (2020). How does background risk affect portfolio choice: An analysis based on uncertain mean-variance model with background risk. *Journal of Banking and Finance*, 111. <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2019.105726>
- Idzorek, T. (2007). A step-by-step guide to the Black-Litterman model: Incorporating user-specified confidence levels. In *Forecasting Expected Returns in the Financial Markets* (pp. 17–38). Elsevier Ltd. <https://doi.org/10.1016/B978-075068321-0.50003-0>
- Jurkonytė, E. ir Paužuolis, V. (2015). Moderniosios, postmoderniosios portfelio teorijų ir Black-Litterman modelio palyginimas. *Mokslo Taikomieji Tyrimai Lietuvos Kolegijose*, 1(11), 7. <http://ojs.kaunokolegija.lt/index.php/mttlk/article/view/16>
- Khan, A. A., Shameem, M., Kumar, R. R., Hussain, S., & Yan, X. (2019). Fuzzy AHP based prioritization and taxonomy of software process improvement success factors in global software development. *Applied Soft Computing Journal*, 83. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2019.105648>
- Kolios, A., Mytilinou, V., Lozano-Minguez, E., & Salonitis, K. (2016). A comparative study of multiple-criteria decision-making methods under stochastic inputs. *Energies*, 9(7), 566. <https://doi.org/10.3390/en9070566>
- Li, B., Sun, Y., Aw, G., & Teo, K. L. (2019). Uncertain portfolio optimization problem under a minimax risk measure. *Applied Mathematical Modelling*, 76, 274–281. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2019.06.019>
- Mannan, B., & Haleem, A. (2017). Understanding major dimensions and determinants that help in diffusion & adoption of product innovation: using AHP approach. *Journal of Global Entrepreneurship Research*, 7(1). <https://doi.org/10.1186/s40497-017-0072-4>
- Norell, J., & Dove, E. (2016). *Black-Litterman portfolio allocation stability and financial performance with MGARCH-M derived views*. <https://lup.lub.lu.se/student-papers/search/publication/8881134>
- Palczewski, A., & Palczewski, J. (2019). Black-Litterman model for continuous distributions. *European Journal of Operational Research*, 273(2), 708–720. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.08.013>
- Palczewski, K., & Sałabun, W. (2019). The fuzzy TOPSIS applications in the last decade. *Procedia Computer Science*, 159, 2294–2303. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2019.09.404>



- Pang, T., & Karan, C. (2018). A closed-form solution of the Black–Litterman model with conditional value at risk. *Operations Research Letters*, 46(1), 103–108. <https://doi.org/10.1016/J.ORL.2017.11.014>
- Polovenko, T. (2017). *Black-Litterman model*. Viena. [https://fam.tuwien.ac.at/~sgerhold/pub\\_files/sem16/s\\_polovenko.pdf](https://fam.tuwien.ac.at/~sgerhold/pub_files/sem16/s_polovenko.pdf)
- Rajak, M., & Shaw, K. (2019). Evaluation and selection of mobile health (mHealth) applications using AHP and fuzzy TOPSIS. *Technology in Society*, 59, 101186. <https://doi.org/10.1016/j.techsoc.2019.101186>
- Silva, T., Pinheiro, P. R., & Poggi, M. (2017). A more human-like portfolio optimization approach. *European Journal of Operational Research*, 256(1), 252–260. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.06.018>
- Simanavičienė, R. ir Cibulskaitė, J. (2015). Sprendimo, gauto TOPSIS metodu, patikimumo statistinė analizė. *Lithuanian Journal of Statistics*, 54, 9.
- Solangi, Y. A., Tan, Q., Mirjat, N. H., & Ali, S. (2019). Evaluating the strategies for sustainable energy planning in Pakistan: An integrated SWOT-AHP and Fuzzy-TOPSIS approach. *Journal of Cleaner Production*, 236. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2019.117655>
- Subekti, R., Ratna Sari, E., & Kusumawati, R. (2019). Combining Black-Litterman model with clustering on portfolio construction. *Journal of Physics: Conference Series*, 1321(2), 1–6. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1321/2/022051>
- Trichilli, Y., Abbes, M. B., & Masmoudi, A. (2020). Islamic and conventional portfolios optimization under investor sentiment states: Bayesian vs Markowitz portfolio analysis. *Research in International Business and Finance*, 51. <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2019.101071>
- Vilkančas, R. (2017). *Kintamos slenksinės grąžos poveikio omega funkcijos atžvilgiu optimizuotiems investicijų portfeliams tyrimas*. Technika. <https://doi.org/10.20334/2017-030-M>
- Wang, B., Xie, H. L., Ren, H. Y., Li, X., Chen, L., & Wu, B. C. (2019). Application of AHP, TOPSIS, and TFNs to plant selection for phytoremediation of petroleum-contaminated soils in shale gas and oil fields. *Journal of Cleaner Production*, 233, 13–22. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2019.05.301>
- Zakarkaitė, A. ir Filipavičius, V. (2017). H. Markowitz'o modelio tinkamumo Baltijos vertybinių popierių biržai tikrinimas. In *Proceedings of the 20<sup>th</sup> Conference for Junior Researchers „Business in XXI Century“* (p. 9). Vilnius. <https://doi.org/10.3846/vvf.2017.021>

#### INVESTMENT PORTFOLIO FORMATION IN GLOBAL STOCK MARKET, BASED ON BLACK – LITTERMAN METHOD

Laurynas MIKULIS, Renaldas VILKANCAS

**Abstract.** The article analyses Black – Litterman optimal portfolio theory and its practical application. Based on the analysis of literature, Black – Litterman theory defined and compared to H. Markowitz theory, excreted main advantages and disadvantages of BL theory. The analytical hierarchical process (AHP) determines the weights of the selected financial ratios. By using TOPSIS multi – criteria method, among the ten largest companies in the “OMX Nordic 40” index: “OMX Nordic 40” indekse: “Volvo”, “Assa”, “Sandvik”, “Neste”, “Investor”, “SEB”, “Atlas”, “Novo Nordisk”, “Vestas wind systems”, and “Nordea”, five most promising companies equities are selected for investment. Based on the obtained results, the optimal investment portfolio is formed according to Black – Litterman and H. Markowitz models, results of the portfolio are evaluated and compared with each other.

**Keywords:** portfolio optimization, Black – Litterman, investor views, “OMX Nordic 40”, TOPSIS, AHP, H. Markowitz.